Ex25 :

$f(x)= \sin^2(x)+\cos(x)$

1) a/ $f(x+2\pi)=\sin^2(x+2\pi)+\cos(x+2\pi)= \sin^2(x)+\cos(x)=f(x)$ Donc 2π est une période de f.

b/ *pour $x\in\mathbb{R}$ on a $(-x)\in\mathbb{R}$

* $f(-x)=\sin^2(-x)+\cos(-x)=[\sin(-x)]^2+\cos(x) = \sin^2(x)+\cos(x)=f(x)$

donc f est une fonction paire⇒la droite des ordonnées est un axe de symétrie de C_f

2) a/ Domaine d'étude $D_E = [0,\pi]$

$f'(x) =2\cos(x).\sin(x)-\sin(x) \quad =2\sin(x).\left[\cos(x)-\frac{1}{2}\right]$

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
f'(x)	0	+	0	-	0
f(x)	1	↗	$\frac{5}{4}$	↘	-1

b/ *f est continue et strictement croissante sur $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ donc f réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ sur f($\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$)=$\left[1,\frac{5}{4}\right]$ et comme $0\notin\left[1,\frac{5}{4}\right]$ alors l'équation f(x)=0 n'a pas de solution dans $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$

* f est continue et strictement décroissante sur $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ donc f réalise une bijection de $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ sur f($\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$)=$\left[-1,\frac{5}{4}\right]$ et comme $0\in\left[-1,\frac{5}{4}\right]$ alors l'équation f(x)=0 admet une seule solution αdans $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$

Conclusion : **l'équation f(x)=0 admet α comme unique solution dans $[0,\pi]$**

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn